Автоматика и телемеханика, № 4, 2025

Стохастические системы

© 2025 г. **Ю.Г. БУЛЫЧЕВ, д-р техн. наук (profbulychev@yandex.ru)**
(АО «Концерн Радиоэлектронные технологии», Москва)

ДЕКОМПОЗИЦИОННО-АВТОКОМПЕНСАЦИОННОЕ РАСПОЗНАВАНИЕ СИГНАЛОВ НА БАЗЕ ПРИНЦИПОВ НЕПРЕРЫВНОСТИ, ИНВАРИАНТНОСТИ, РАЗМНОЖЕНИЯ И РАНЖИРОВАНИЯ С УЧЕТОМ РЕГУЛЯРНЫХ И НЕРЕГУЛЯРНЫХ ПОМЕХ

С учетом принципов непрерывности, инвариантности, размножения и ранжирования развивается новый метод оптимального распознавания сигналов в условиях существенной априорной неопределенности применительно к информационно-измерительным системам реального времени. Предполагается, что в уравнении наблюдения помимо случайного шума (с неизвестным законом распределения, но заданной корреляционной матрицей) могут присутствовать регулярная помеха (допускает аналитическое конечно-спектральное представление) и нерегулярная помеха (для ее описания не удается использовать какой-либо эффективный вариант вероятностного описания). Относительно последней возможно лишь введение некоторых числовых характеристик и ограничений, подтверждающихся практикой эксплуатации конкретной системы. Метод инвариантен к указанным помехам, не требует традиционного расширения пространства состояний и обеспечивает декомпозицию вычислительной процедуры. Анализируются случайные и методические погрешности, а также достигаемый вычислительный эффект. Приводится иллюстративный пример.

Ключевые слова: существенная априорная неопределенность, регулярная помеха, нерегулярная помеха, коэффициент «засорения» выборки, принцип непрерывности, принцип инвариантности, принцип размножения, принцип ранжирования, спектральные коэффициенты, критерий оптимальности, декомпозиция, алгоритмы распознавания.

DOI: 10.31857/S0005231025040036, **EDN:** CATHGU

1. Введение

Для современной информационно-измерительной системы (далее системы) одной из важнейших является задача распознавания сигналов, включающая обнаружение, различение, разрешение, сглаживание, оценивание параметров и др. [1–18]. Наиболее актуальны системы реального времени применительно к условиям существенной неопределенности и жестких требований к качеству распознавания не только в среднем (по ансамблю реализаций), но и единичном случае (по одной фиксированной выборке измерений). Речь идет о системе, для которой риски (потери) от неправильного решения в таком случае достаточно велики.

Существенная неопределенность возникает, например, когда реальные измерения подвержены воздействию не только случайного шума с неизвестным законом распределения, но также регулярных и нерегулярных помех (соответственно РП и НП). При этом сведения о шуме ограничиваются лишь корреляционной матрицей, для РП – заданным конечным набором базисных функций, а для НП – некоторыми числовыми характеристиками и ограничениями, характерными для конкретной системы. Например, в качестве одной из таких характеристик может использоваться коэффициент «засорения» выборки.

Для преодоления указанной неопределенности зачастую используется метод наименьших квадратов или одна из его модификаций применительно к простому или расширенному варианту [5, 7–9, 14–18]. Данный метод обеспечивает построение наилучших в среднем оценок с учетом известной теоремы Гаусса–Маркова (см., например, [5, с. 34]). Реже используются методы максимума апостериорной плотности вероятности, максимального правдоподобия, линейной и нелинейной фильтрации и др. [1–7, 11, 14]. Данные методы, как правило, требуют достаточно большого объема априорной статистической информации и трудно реализуемы в реальном времени (особенно при расширении пространства состояний). Кроме того, данные методы зачастую являются неустойчивыми (в вычислительном плане) и обладают плохой сходимостью при итерационных расчетах, например, при неудачном выборе начальных условий или работе с целевыми функциями «овражного» типа. Чаще всего они применяются на этапах, связанных с математическим моделированием при обосновании потенциальных возможностей системы. В указанных выше единичных случаях (когда речь идет об одной фиксированной выборке) результаты оценивания (особенно в условиях НП) могут приводить к значительным потерям.

В [19, 20] развит метод обобщенного инвариантно-несмещенного оценивания (МОИНО) любых линейных числовых характеристик полезных сигналов (например, спектральных коэффициентов, производных различного порядка, интегралов, сглаженных значений и т.д.) с учетом РП (иногда их называют сигналоподобными, систематическими, сингулярными или динамическими) без расширения пространства состояний. МОИНО обеспечивает автокомпенсацию РП, сглаживание случайного шума и построение оптимальных оценок с минимальным следом корреляционной матрицы ошибок оценивания, при этом не требуется априорная информация о законе распределения, а достаточно знать лишь корреляционную матрицу для данного шума. Метод обеспечивает максимально возможную декомпозицию вычислительной процедуры, что приводит к обращению матриц существенно меньшей размерности по сравнению с расширенным методом наименьших квадратов (РМНК).

Однако возможности МОИНО существенно ограничены, если в измерениях наряду с РП присутствует и НП (например, в виде отдельных одиночных импульсов или пачек импульсов различной формы с неизвестными параметрами). НП может возникать как на всем интервале наблюдения, так и на отдельных, заранее не известных участках данного интервала и плохо поддается формализации (например, в рамках конечно-аналитического спектрального анализа). Попытка введения дополнительных базисных функций для описания НП приводит, как правило, к резкому возрастанию размерности и существенным ошибкам. Расширение спектрального состава совокупной помехи (РП и НП) с учетом условий существенной неопределенности и реальных условий наблюдения требует обращения матриц слишком высокой размерности с плохой обусловленностью, что сильно искажает результаты обработки измерений в рамках МОИНО.

Ниже развивается новый метод распознавания сигналов, который учитывает в себе все достоинства МОИНО и не требует расширения пространства состояний, что позволяет реализовывать формируемые на его основе алгоритмы в реальном времени применительно к системе в условиях неопределенности. Метод позволяет добиться компромисса для оценивания в среднем (с учетом условий несмещенности, инвариантности к РП и минимума следа корреляционной матрицы ошибок) и оценивания в частном (по фиксированной выборке) с учетом условия минимума влияния НП на конечную результирующую оценку.

Чтобы избежать достаточно громоздких выкладок, основной материал статьи будет ориентирован на задачу оценивания линейных параметров сигналов, однако при этом последуют соответствующие обобщения и практические рекомендации для распространения полученных результатов и на другие задачи, связанные с распознаванием сигналов, в том числе и с нелинейными параметрами (по аналогии с [20]).

2. Математическая постановка задачи распознавания для случая существенной априорной неопределенности

На заданном временном отрезке $[0, T]$ введем основную сетку узлов $\mathrm{C}_0 = \left\{t_n, n=\overline{1, N_0}\right\}$, для которой сформируем следующее уравнение наблюдения:

$$\mathbf{H}_0 = \mathbf{S}_0 + \mathbf{\Theta}_0 + \mathbf{D}_0 + \mathbf{\Xi}_0, \tag{1}$$

где $\mathbf{H}_0 = \left[h_n, n=\overline{1, N_0}\right]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{S}_0 = \left[s_n(\mathbf{A}), n=\overline{1, N_0}\right]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{\Theta}_0 = \left[\theta_n(\mathbf{B}_\theta), n=\overline{1, N_0}\right]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{D}_0 = \left[q_n d_n(\mathbf{B}_d), n=\overline{1, N_0}\right]^{\mathrm{T}}$ и $\mathbf{\Xi}_0 = \left[\xi_n, n=\overline{1, N_0}\right]^{\mathrm{T}}$ – векторы отсчетов входного наблюдения $h(t)$, полезного сигнала $s(t, \mathbf{A})$, РП $\theta(t, \mathbf{B}_\theta)$, НП $d(t, \mathbf{B}_d)$ и шума $\xi(t)$ соответственно, $h_n = h(t_n)$, $s_n(\mathbf{A}) = s(t_n, \mathbf{A})$, $\theta_n(\mathbf{B}_\theta) = \theta(t_n, \mathbf{B}_\theta)$, $d_n(\mathbf{B}_d) = d(t_n, \mathbf{B}_d)$, $\xi_n = \xi(t_n)$; $\mathbf{A} = \left[a_m, m=\overline{1, M_s}\right]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{B}_\theta = \left[b_{\theta r}, r=\overline{1, M_\theta}\right]^{\mathrm{T}}$ и $\mathbf{B}_d = \left[b_{dr}, r=\overline{1, M_d}\right]^{\mathrm{T}}$ – неизвестные векторные спектральные коэффициенты линейных разложений сигнала, РП и НП, $q_n \in \{0, 1\}$ – индикатор нулевых и ненулевых отсчетов НП, $\sum_{n=1}^{N_0} q_n = M_d$, M_d – параметр, соответствующий реальному числу ненулевых отсчетов НП в уравнении наблюдения (1).

Обозначим через $\{\overline{t_1}, \overline{t_2}, \ldots, \overline{t_{M_d}}\}$ множество узлов, связанных с ненулевыми отсчетами НП, где $\overline{t_m} \in \{t_1, t_2, \ldots, t_{N_0}\}$, $\overline{t_{m+1}} > \overline{t_m}$. Для описания НП воспользуемся следующим подходом. Пусть $K_{\max} \in \{0, 1, \ldots\}$ – максимально возможное количество узлов, связанных с НП, т.е. $M_d \leqslant K_{\max}$. Потребуем выполнения условия

$$N_{\min} + K_{\max} \leqslant N_0, \tag{2}$$

где $N_{\min}$ – минимальное число отсчетов входного наблюдения, которых достаточно для качественного решения задачи распознавания полезного сигнала при отсутствии РП и НП.

В дальнейшем будут рассматриваться различные временные сетки узлов длиной N, для которых

$$N_{\min} \leqslant N \leqslant N_0. \tag{3}$$

При таком подходе к описанию НП их ненулевые отсчеты могут принимать произвольные значения (в том числе и аномальные), быть рассредоточенными (одиночными) или сосредоточенными (пакетными). В физических каналах таким помехам могут соответствовать, например, импульсы различной формы, длительности и интенсивности. Эти помехи зачастую связаны с различными переходными процессами, коммутациями, интерференцией, наводками, естественными и искусственными помехами и т.д., они могут маскироваться сигналом и шумом. Ненулевые отсчеты НП могут располагаться на отрезке $[0, T]$ самым произвольным образом, и для их описания не существует какой-либо универсальной и удовлетворительной модели. Единственным способом учета НП является введение некоторых количественных ограничений (типа (2), (3)), которые соответствуют практике эксплуатации конкретной системы.

Для произвольных значений $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}_\theta$ и $\mathbf{B}_d$ используем следующие линейные конечномерные комбинации (модели сигнала и РП, широко распространенные на практике):

$$s(t, \mathbf{A}) = \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{\Psi}(t), \tag{4}$$

$$\theta(t, \mathbf{B}_\theta) = \mathbf{B}_\theta^{\mathrm{T}} \mathbf{\Omega}_\theta(t), \tag{5}$$

$$d(t, \mathbf{B}_d) = \mathbf{B}_d^{\mathrm{T}} \mathbf{\Omega}_d(t), \tag{6}$$

где $\mathbf{\Psi}(t) = \left[\psi_m(t),\ m = \overline{1, M_s}\right]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{\Omega}_\theta(t) = \left[\omega_{\theta r}(t),\ r = \overline{1, M_\theta}\right]^{\mathrm{T}}$ и $\mathbf{\Omega}_d(t) = \left[\omega_{dr}(t),\ r = \overline{1, M_d}\right]^{\mathrm{T}}$ – заданные базисные функции сигнала, РП и НП, $\omega_{dr}\left(\overline{t_r}\right) = 1$, $\omega_{dr}(t) = 0$ для всех $t \neq \overline{t_r}$.

Полагаем, что расширенный функциональный базис $\{\mathbf{\Psi}(t), \mathbf{\Omega}_\theta(t), \mathbf{\Omega}_d(t)\}$ линейно независим на сетке C_0 (по аналогии с [19, 20]). Шум $\mathbf{\Xi}_0$ характеризуется нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей $\mathbf{K}_{\mathbf{\Xi}_0}$.

Сразу оговоримся, что достаточно редкие аномальные выбросы шума $\xi(t)$ в дальнейшем ассоциируются с НП, т.е. объединяются с соответствующими ненулевыми координатами вектора $\mathbf{D}_0$. Таким образом, в любой выборке $\mathbf{\Xi}_0$ все координаты можно заключить в стробы, размер которых определяется по одному из известных правил, например, по правилу «трех сигм».

Применительно к задаче распознавания будем рассматривать две основные подзадачи.

Подзадача 1 (классическая задача оценивания параметров полезного сигнала) состоит в построении оптимальной оценки $\mathbf{A}^*$ вектора $\mathbf{A}$ на основе алгоритма, обеспечивающего автокомпенсацию РП и НП. *Подзадача 2* связана с построением оценок $\mathbf{A}^*$ и $\mathbf{B}^*$ для векторов $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ соответственно, инвариантных к НП. При этом оценивание параметров сигнала должно обеспечивать автокомпенсацию РП и, наоборот, оценивание параметров РП должно обеспечивать автокомпенсацию сигнала.

На базе (1)–(6) требуется разработать оптимальный метод распознавания (для двух основных подзадач 1 и 2) в условиях существенной априорной неопределенности (из статистической информации привлекается лишь корреляционная матрица $\mathbf{K}_{\mathbf{\Xi}_0}$), не требующий расширения пространства состояний. Смысл оптимальности для обеих подзадач состоит в том, что оценки должны быть несмещенными, обладать минимальным следом корреляционных матриц ошибок оценивания и обеспечивать существенный вычислительный эффект по сравнению с РМНК и МОИНО в плане декомпозиции и уменьшении объема вычислений, а также выигрыш по точности за счет обращения матриц меньшей размерности.

3. Общий подход к решению задачи распознавания на основе принципов непрерывности, размножения и ранжирования

В основе предлагаемого подхода лежит принцип непрерывной зависимости качества распознавания от параметров временной сетки. В частности, последовательное уменьшение объема сетки достаточно большого объема (путем исключения тех или иных узлов) приводит к плавной эволюции точности результирующей оценки. Это относится и к непрерывному изменению положения узлов сетки на заданном временном интервале.

Предположим, что на базе основной сетки C_0 и различных вариантов удаления некоторых ее узлов можно сформировать набор различных редуцированных сеток $\left\{\mathrm{C}_j, j=\overline{1, J-1}\right\}$ (где $J \geqslant 2$, $\mathrm{C}_j=\left\{t_{jn}, n=\overline{1, N_j}\right\}$, $N_j<N_0$, $t_{jn} \in \mathrm{C}_0$, $t_{jn} \neq t_{jk}$ $\forall n \neq k$, $n, k \in \overline{1, N_j}$, $t_{j,n+1}>t_{jn}$).

Все семейство сеток $\mathrm{C}=\{\mathrm{C}_0, \mathrm{C}_1, \ldots, \mathrm{C}_{J-1}\}$, включая C_0, представим в виде

$$\mathrm{C}=\mathrm{C}^{\#} \cup \mathrm{C}^{\wedge} \cup \mathrm{C}^{\&}. \tag{7}$$

Под символом $\mathrm{C}^{\#}$ понимается множество сеток, которые не содержат узлов, связанных с ненулевыми отсчетами НП. В качестве символа $\mathrm{C}^{\wedge}$ рассматривается множество сеток, которые могут содержать узлы, связанные с нормальными отсчетами НП. Речь идет об отсчетах НП, которые в совокупности слабо сказываются на результатах оценивания. Под символом $\mathrm{C}^{\&}$ понимается множество сеток, которые могут содержать узлы, связанные как с нормальными, так и аномальными отсчетами НП, которые в совокупности обесценивают результаты оценивания. Множества $\mathrm{C}^{\#}$ и $\mathrm{C}^{\wedge}$ будем называть допустимыми, а множество $\mathrm{C}^{\&}$ назовем недопустимым.

Основная идея разрабатываемого метода состоит в том, что, оперируя с $\mathrm{C}^{\#}$ и $\mathrm{C}^{\wedge}$, можно получать оценки, инвариантные или практически инвариантные к РП и НП (принцип инвариантности). Для этого каждой сетке C_j, $j = \{0, 1, \ldots, J-1\}$ поставим в соответствие уравнение наблюдения

$$\mathbf{H}_j = \mathbf{S}_j + \mathbf{\Theta}_j + \mathbf{D}_j + \mathbf{\Xi}_j \tag{8}$$

и оптимальные (согласно МОИНО) оценки

$$\begin{cases} \mathbf{A}_j^* = \mathbf{P}_j^{\mathbf{A}} \mathbf{H}_j, & s_j^*\left(t, \mathbf{A}_j^*\right) = \left(\mathbf{A}_j^*\right)^{\mathrm{T}} \mathbf{\Psi}(t), \\ \mathbf{B}_{\theta j}^* = \mathbf{P}_{\theta j}^{\mathbf{B}} \mathbf{H}_j, & \theta_j^*\left(t, \mathbf{B}_{\theta j}^*\right) = \left(\mathbf{B}_{\theta j}^*\right)^{\mathrm{T}} \mathbf{\Omega}_\theta(t), \end{cases} \tag{9}$$

где $\mathbf{H}_j$ – вектор отсчетов входного наблюдения $\mathbf{H}_0$, соответствующий редуцированной сетке C_j, $\mathbf{P}_j^{\mathbf{A}}$ и $\mathbf{P}_{\theta j}^{\mathbf{B}}$ – матрицы линейного декомпозиционного оценивания:

$$\begin{cases} \mathbf{P}_j^{\mathbf{A}} = \left[\mathbf{\Lambda}_{\theta j}^{\mathbf{A}} \mathbf{K}_{\mathbf{\Xi} j}^{-1} \mathbf{\Psi}_j \left(\mathbf{\Psi}_j^{\mathrm{T}} \mathbf{\Lambda}_{\theta j}^{\mathbf{A}} \mathbf{K}_{\mathbf{\Xi} j}^{-1} \mathbf{\Psi}_j\right)^{-1}\right]^{\mathrm{T}}, \\ \mathbf{P}_{\theta j}^{\mathbf{B}} = \left[\mathbf{\Lambda}_{\theta j}^{\mathbf{B}} \mathbf{K}_{\mathbf{\Xi} j}^{-1} \mathbf{\Omega}_{\theta j} \left(\mathbf{\Omega}_{\theta j}^{\mathrm{T}} \mathbf{\Lambda}_{\theta j}^{\mathbf{B}} \mathbf{K}_{\mathbf{\Xi} j}^{-1} \mathbf{\Omega}_{\theta j}\right)^{-1}\right]^{\mathrm{T}}, \end{cases} \tag{10}$$

$$\begin{cases} \mathbf{\Lambda}_{\theta j}^{\mathbf{A}} = \mathbf{E}_{Nj} - \mathbf{K}_{\mathbf{\Xi} j}^{-1} \mathbf{\Omega}_{\theta j} \left(\mathbf{\Omega}_{\theta j}^{\mathrm{T}} \mathbf{K}_{\mathbf{\Xi} j}^{-1} \mathbf{\Omega}_{\theta j}\right)^{-1} \mathbf{\Omega}_{\theta j}^{\mathrm{T}}, \\ \mathbf{\Lambda}_{\theta j}^{\mathbf{B}} = \mathbf{E}_{Nj} - \mathbf{K}_{\mathbf{\Xi} j}^{-1} \mathbf{\Psi}_j \left(\mathbf{\Psi}_j^{\mathrm{T}} \mathbf{K}_{\mathbf{\Xi} j}^{-1} \mathbf{\Psi}_j\right)^{-1} \mathbf{\Psi}_j^{\mathrm{T}}. \end{cases} \tag{11}$$

В (9)–(11) под $\mathbf{\Psi}_j = [\psi_{jnm}, n = \overline{1, N_j}, m = \overline{1, M_s}]$ и $\mathbf{\Omega}_{\theta j} = [q_{jn}\omega_{\theta jnr}, n = \overline{1, N_j}, r = \overline{1, M_{\theta j}}]$ понимаются базисные матрицы сигнала $\mathbf{S}_j$ и помехи $\mathbf{\Theta}_j$ соответственно, $\psi_{jnm} = \psi_m(t_{jn})$, $\omega_{\theta jnr} = \omega_{\theta r}(t_{jn})$, $\mathbf{E}_{Nj}$ – единичная матрица, соответствующая размерности вектора $\mathbf{H}_j$.

Если $\mathrm{C}_j \in \mathrm{C}^{\#}$, то указанные оценки отвечают соответствующим условиям минимума, несмещенности и инвариантности [19, 20], т.е. являются оптимальными. Если $\mathrm{C}_j \in \mathrm{C}^{\wedge}$, то получим квазиоптимальные оценки, а в случае $\mathrm{C}_j \in \mathrm{C}^{\&}$ ошибки оценивания могут стать недопустимо большими.

В возможности формирования множества частных оценок, соответствующих семейству сеток $\mathrm{C} = \{\mathrm{C}_0, \mathrm{C}_1, \ldots, \mathrm{C}_{J-1}\}$, удовлетворяющих условиям (2), (3), и состоит указанный выше принцип размножения.

Остановимся на подзадаче 1. Применительно к каждой паре сеток C_j и C_m сформируем скалярные невязки

$$\Delta_{\mathbf{A}jm}(t) = s(t, \mathbf{A}_j^*) - s(t, \mathbf{A}_m^*) = [(\mathbf{A}_j^*) - (\mathbf{A}_m^*)]^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Psi}(t), \quad j, m = \overline{0, J-1}, \; j > m,$$

а также их нормы $\Delta_{\mathbf{A}jm} = \left\| \Delta_{\mathbf{A}jm}(t) \right\|$, $j, m = \overline{0, J-1}$, при этом можно использовать любую из норм соответствующего функционального пространства. На основе полученных норм строится вариационный ряд $\Delta_{\mathbf{A}[v]}$, $v = \overline{1, (J^2 - J)/2}$ (монотонно возрастающая последовательность скалярных невязок), который полностью характеризует качество всех используемых сеток. Если в паре C_j и C_m хотя бы одна из сеток принадлежит множеству $\mathrm{C}^{\&}$, то соответствующий ей элемент $\Delta_{\mathbf{A}[v]}$ будет находиться в «хвосте» вариационного ряда. Начальным элементам данного ряда будут отвечать пары C_j и C_m, отвечающие множествам $\mathrm{C}^{\#}$ и $\mathrm{C}^{\wedge}$. Таким образом, при выполнении принятых ранее ограничений происходит гарантированная кластеризация некоторых элементов $\Delta_{\mathbf{A}[v]}$ вариационного ряда в достаточно малой окрестности $(0, \delta_{\mathbf{A}})$, где $\delta_{\mathbf{A}} > 0$ – параметр усечения вариационного ряда. Константа $\delta_{\mathbf{A}}$ для заданной сетки C_0 выбирается заранее применительно к конкретной системе с учетом аналитических выражений для случайных и методических ошибок оценивания на основе МОИНО, приведенных в [19, 20], в рамках планирования измерительного эксперимента [5].

Все пары сеток, для которых не выполняется условие

$$\Delta_{\mathbf{A}[v]} < \delta_{\mathbf{A}}, \tag{12}$$

отбрасываются. Именно в этом состоит указанный ранее принцип ранжирования.

Введем ряд важных определений.

Определение 1. Пара сеток C_j *и* C_m *называется допустимой, если выполнено условие* (12).

Определение 2. Произвольный отсчет НП называется аномальным, если соответствующий ему узел, присутствующий в любой сетке множества C*, приводит к нарушению условия* (12). *В противном случае отсчет НП называется нормальным.*

Определение 3. Группа отсчетов (из двух и более) называется аномальной (даже если каждый отсчет сам по себе является нормальным), когда соответствующие ей узлы, присутствующие в любой сетке множества C*, приводят к нарушению условия* (12). *В противном случае группа отсчетов НП называется нормальной.*

Определение 4. Под коэффициентом «засорения» выборки $\mathbf{H}_0$ *понимается число* $k_d = 100\,(K_{\max}/N_0)$*, которое выражается в процентах.*

Поскольку все сетки множества $\mathrm{C}^{\&}$ приводят к нарушению условия (12), то они автоматически отсеиваются. Строгий критерий аномальности отсчетов входного наблюдения $\mathbf{H}_0$ звучит так: отсчет является аномальным, если он ни разу не встречается в парах сеток, удовлетворяющих условию (12). Данный критерий можно несколько смягчить и говорить о редких присутствиях «подозреваемого» (на аномальность) отсчета в указанных парах. Это особенно актуально для тех случаев, когда возникает неопределенность с тем, к какому классу (нормальных или аномальных) отнести тот или иной отсчет. Но в любом случае критерий позволяет отсеивать как аномальные, так и «подозреваемые» отсчеты входного наблюдения. Однако возможен ложный отсев некоторых нормальных отсчетов.

Критерий аномальности группы отсчетов звучит так: группа является аномальной, если она неоднократно встречается в отсеянных (недопустимых) парах сеток и ни разу в допустимых парах сеток (прошедших отсев).

В общем случае принцип ранжирования может приводить к ситуациям, когда количество хороших сеток, удовлетворяющих условию (12), может возрасти, т.е. появляется некоторая избыточность частных оценок. Следовательно, возникает законный вопрос, связанный с учетом этой избыточности с целью построения более надежной результирующей оценки.

Для формирования результирующей оценки $\mathbf{A}^*$ вектора $\mathbf{A}$ поступим следующим образом. Все сетки, которые вошли в допустимые пары, обозначим как C_j^*, $j = \overline{1, J^*}$ (в дальнейшем эти сетки будем называть конкурирующими). Для каждой фиксированной сетки C_j^* и всех других конкурирующих сеток C_m^* сформируем суммарную скалярную невязку

$$\Delta^*_{\mathbf{A}j} = \sum_{\substack{m=1\\ m\neq j}}^{J^*} \Delta_{\mathbf{A}jm}. \tag{13}$$

Такая невязка показывает эффективность сетки C_j^* по сравнению со всеми другими конкурирующими сетками C_m^* (где $m \neq j$, $m \in \overline{1, J^*}$), входящими в допустимые пары.

Очевидно, что в условиях принятых моделей и ограничений критерий выбора оптимального номера $j^* \in \{1, \ldots, J^*\}$ оптимальной сетки $\mathrm{C}^*_{j^*} \in$ $\in \{\mathrm{C}_1^*, \ldots, \mathrm{C}^*_{J^*}\}$ выглядит так:

$$j^* = \arg\min_j \Delta^*_{\mathbf{A}j}. \tag{14}$$

Реализация данного критерия на практике не вызывает каких-либо затруднений, если построена матрица скалярных невязок для всех допустимых пар временных сеток. Среди отсчетов входного наблюдения, соответствующих оптимальной сетке $\mathrm{C}^*_{j^*}$, отсутствуют аномальные отсчеты и аномальные группы отсчетов НП, а оценки

$$\begin{cases} \mathbf{A}^*_{j^*} = \mathbf{P}^{\mathbf{A}}_{j^*}\mathbf{H}_{j^*}, \\ s\left(t, \mathbf{A}^*_j\right) = \left(\mathbf{A}^*_{j^*}\right)^{\mathrm{T}} \mathbf{\Psi}(t) \end{cases} \tag{15}$$

будут оптимальными (по МОИНО) применительно к сетке $\mathrm{C}^*_{j^*}$.

Остановимся на подзадаче 2. Она легко сводится к подзадаче 1, если ввести единый вектор оцениваемых параметров $\mathbf{Z} = \left[\mathbf{A}^{\mathrm{T}}, \mathbf{B}_{\theta}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$. Тогда каждой сетке C_j с учетом (9) можно поставить в соответствие оптимальную (по МОИНО) оценку $\mathbf{Z}_j^* = \left[\left(\mathbf{A}_j^*\right)^{\mathrm{T}}, \left(\mathbf{B}_{\theta j}^*\right)^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$. При этом нахождение оценки $\mathbf{A}_j^*$ требует инвариантности к РП (т.е. параметр $\mathbf{\Theta}_0$ в (1) рассматривается как мешающий фактор). В свою очередь, нахождение оценки $\mathbf{B}_{\theta j}^*$ требует инвариантности к сигналу $\mathbf{S}_0$ (т.е. сигнал по отношению к РП теперь рассматривается как мешающий фактор). Для нахождения оценок $\mathbf{A}_j^*$ и $\mathbf{B}_{\theta j}^*$ используются матрицы $\mathbf{P}_j^{\mathbf{A}}$ и $\mathbf{P}_{\theta j}^{\mathbf{B}}$ соответственно, формируемые в соответствии с (10) и (11). Очевидно, что для решения подзадачи 2 достаточно в (12)–(14) заменить величины $\Delta_{\mathbf{A}[v]}$, $\delta_{\mathbf{A}}$, $\Delta_{\mathbf{A}jm}$, $\Delta_{\mathbf{A}j}^*$ на $\Delta_{\mathbf{Z}[v]}$, $\delta_{\mathbf{Z}}$, $\Delta_{\mathbf{Z}jm}$, $\Delta_{\mathbf{Z}j}^*$ соответственно.

Применительно к сетке $\mathrm{C}_{j^*}^*$ получаем решение задачи оптимальной идентификации РП

$$\begin{cases} \mathbf{B}_{\theta j^*}^* = \mathbf{P}_{\theta j^*}^{\mathbf{B}} \mathbf{H}_{j^*}, \\ \theta\left(t, \mathbf{B}_{\theta j^*}^*\right) = \left(\mathbf{B}_{\theta j^*}^*\right)^{\mathrm{T}} \mathbf{\Omega}_\theta(t). \end{cases} \tag{16}$$

С учетом (15) и (16) окончательная оценка для подзадачи 2 принимает вид $\mathbf{Z}_{j^*}^* = \left[\left(\mathbf{A}_{j^*}^*\right)^{\mathrm{T}}, \left(\mathbf{B}_{\theta j^*}^*\right)^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$.

Для рассматриваемого метода принципиальным является отбор конкурирующих сеток C_j^*, $j = \overline{1, J^*}$ удовлетворяющих условию (12), и выбор из них оптимальной сетки $\mathrm{C}_{j^*}^*$. Очевидно, что это напрямую связано с исходным множеством сеток $\mathrm{C} = \{\mathrm{C}_0, \mathrm{C}_1, \ldots, \mathrm{C}_{J-1}\}$, удовлетворяющих условиям (2) и (3). Современный прогресс в области построения ЭВМ параллельного действия (особенно на новых принципах [21–24]) позволяет надеяться, что предложенный принцип размножения сеток и частных оценок не станет препятствием для перспективных систем реального времени. Однако далеко не для всех существующих систем возможен такой подход, который на выборках большого объема может потребовать огромного числа каналов параллельной обработки данных и существенных вычислительных затрат. Поэтому наряду с оптимальным вариантом необходимо рассмотреть и квазиоптимальные подходы к формированию редуцированных сеток.

4. Несколько вариантов построения редуцированных временных сеток

Принцип размножения сеток состоит в формировании в заданной временной области на базе некоторого правила χ множества редуцированных сеток

$$\chi : \mathrm{C}_0 \to \{\mathrm{C}_j\}_{j=0}^{J-1} \tag{17}$$

таких, что при выполнении некоторых ограничений на НП среди формируемых на их основе частных оценок $\left\{\mathbf{A}_j^*\right\}_{j=0}^{J-1}$ и $\left\{\mathbf{Z}_j^*\right\}_{j=0}^{J-1}$ гарантированно будут не только плохие, но и хорошие оценки, для которых выполняется условие (12). Очевидно, что выбор правила χ в общем случае неоднозначен и зависит от конкретной системы и условий наблюдения.

П р а в и л о 1. Пусть система оперирует с выборкой малого объема. Используя комбинаторику, сформируем на основе сетки C_0 все возможные редуцированные сетки с числом узлов не менее $N_{\min}$. В этом случае количество таких сеток равно (метод полного перебора)

$$J = \sum_{m=0}^{N_0-N_{\min}} C_{N_0}^{N_{\min}+m}, \tag{18}$$

где $C_{N_0}^{N_{\min}+m}$ – число сочетаний из N_0 по $N_{\min}+m$.

Для фиксированного значения M_d количество сеток, не связанных с ненулевыми отсчетами НП, определяется как

$$\overline{J} = \sum_{m=0}^{\overline{N}} C_{N_0-M_d}^{N_{\min}+m}, \tag{19}$$

где $\overline{N} = N_0 - N_{\min} - M_d$.

В частном случае, когда $M_d = K_{\max}$, можно сформировать минимальное число таких сеток $\overline{J}_{\min} = \sum\limits_{m=0}^{\overline{N}_{\min}} C_{N_0-K_{\max}}^{N_{\min}+m}$, где $\overline{N}_{\min} = N_0 - N_{\min} - K_{\max}$.

Например, для случая $N_0 = 5$, $N_{\min} = 3$, $K_{\max} = 2$ и $M_d = 1$ имеем $J = 16$, $\overline{J}_{\min} = 1$ и $\overline{J} = 5$. Если отсчет НП (для случая $M_d = 1$) является аномальным, то для пяти сеток условие ограниченности (12) выполнится, а для одиннадцати – нет. При этом среди хороших сеток четыре будут иметь длину $N_j = 3$, $j = \overline{1,4}$, а пятая сетка – длину $N_5 = 4$.

П р а в и л о 2. Для выборок большого объема более подходящим является правило χ, основанное на представлении сетки C_0 в виде L примыкающих друг к другу элементарных сеток $\overline{\mathrm{C}}_l$ (метод полного покрытия):

$$\mathrm{C}_0 = \bigcup_{l=1}^{L} \overline{\mathrm{C}}_l, \quad \overline{\mathrm{C}}_l \cap \overline{\mathrm{C}}_d = \varnothing, \quad \forall l \neq d \quad l, d \in \overline{1, L}, \tag{20}$$

где $\overline{\mathrm{C}}_l = \left\{t_{l_m}, m = \overline{1, M_l}\right\}$ – элементарная сетка узлов $t_{l_m} \in \mathrm{C}_0$, $l_m \in \overline{1, N_0}$, $\sum_{l=1}^{L} M_l = N_0$.

При формировании $\overline{\mathrm{C}}_l$ следует помнить, что ей соответствуют только такие узлы из сетки C_0, которые являются соседними, т.е. следуют друг за другом $\left(t_{l_{m+1}} = t_{l_1+m}, m = \overline{0, M_l - 1}\right)$. Проще всего рассматривать элементарные сетки $\overline{\mathrm{C}}_l$ одинаковой длины, т.е. принять $M_l = M$ и $L \cdot M = N_0$.

Из L элементарных сеток, используя комбинаторику, также можно сформировать искомое семейство различных редуцированных сеток $\left\{\mathrm{C}_j, j=\overline{1, J-1}\right\}$, число узлов в которых должно быть не меньше $N_{\min}$. В отличие от правила 1 теперь «подозрение» на возможную аномальность связываем с отдельными элементарными сетками. Если задаться максимально возможным количеством элементарных «подозрительных» сеток, то несложно найти общее число редуцированных сеток, которые не содержат данных областей, а также другие характеристики правила χ.

Правило 3. Наряду с (20) можно использовать метод частичного покрытия

$$\mathrm{C}_0 \supset \bigcup_{l=1}^{L} \overline{\mathrm{C}}_l. \tag{21}$$

Этот метод может привести к минимизации вычислений, но сопряжен с возможными ошибками в принятии решений.

Правило 4. Чтобы избежать таких ошибок, допускается пошаговый вариант реализации правила χ с использованием различных наборов элементарных сеток на каждом шаге. В этом случае предлагаются следующие пошаговые методы полного и частичного покрытия элементарными сетками длиной M_{li}:

$$\begin{cases} \mathrm{C}_{0i} = \bigcup\limits_{l=1}^{L_i} \overline{\mathrm{C}}_{li}, & i=\overline{1, I}, \\ \mathrm{C}_{0i} \supset \bigcup\limits_{l=1}^{L_i} \overline{\mathrm{C}}_{li}, & i=\overline{1, I}, \end{cases} \tag{22}$$

где i – номер шага, $L_i > L$.

Согласно (22) вместо C на каждом i-м шаге строится семейство сеток C_i и для всех его элементов проверяется выполнение условия (12). Если это условие не выполняется, то переходим к следующему шагу. Если на I-м шаге хотя бы для одной редуцированной сетки, входящей в состав C_I, данное условие выполнится, то данную сетку будем считать оптимальной. Очевидно, что пошаговый метод хорошо подходит для сетки C_0 большого объема, поскольку требует незначительных вычислительных затрат (по сравнению с методом полного перебора), но может проигрывать по оперативности при больших значениях I. Однако при выполнении условий (2) и (3) такая ситуация возникает достаточно редко.

Правило 5. Еще более простой способ формирования редуцированных сеток возможен тогда, когда в составе системы присутствует анализатор входного наблюдения, позволяющий выявить такие области на отрезке $[0, T]$, которые «подозрительны» на предмет наличия в них НП. Исключая из C_0 узлы, соответствующие данным областям, можно сформировать искомое семейство редуцированных сеток, удовлетворяющих условиям (2) и (3).

Выбор того или иного правила формирования редуцированных сеток целиком зависит от типа рассматриваемой системы и предъявляемых к ней требований. Соотношения типа (17)–(22) являются достаточно удобными для количественного обоснования формируемых редуцированных сеток.

5. Алгоритмы распознавания в условиях неопределенности

Алгоритм распознавания для подзадачи 1.

Шаг 1.1. На базе C_0 строим набор сеток $\left\{\mathrm{C}_j, j=\overline{0, J-1}\right\}$.

Шаг 1.2. Для каждой сетки C_j находим матрицу оптимального оценивания $\mathbf{P}_j^{\mathbf{A}}$.

Шаг 1.3. Для каждой сетки C_j находим оценку $\mathbf{A}_j^* = \mathbf{P}_j^{\mathbf{A}} \mathbf{H}_j$.

Шаг 1.4. Для каждой пары C_j и C_m формируем скалярную невязку $\Delta_{\mathbf{A}jm}$.

Шаг 1.5. На основе всех невязок $\Delta_{\mathbf{A}jm}$ строим вариационный ряд $\Delta_{\mathbf{A}[v]}$, $v=\overline{1, \left(J^2-J\right)/2}$.

Шаг 1.6. На базе вариационного ряда с учетом условия (12) формируем набор конкурирующих сеток C_j^*, $j=\overline{1, J^*}$.

Шаг 1.7. Для конкурирующих сеток вычисляем суммарные невязки $\Delta_{\mathbf{A}j}^*$, $j=\overline{1, J^*}$.

Шаг 1.8. На базе критерия (14) находим оптимальный номер $j^* \in \in \{1, \ldots, J^*\}$ оптимальной сетки $\mathrm{C}_{j^*}^*$.

Шаг 1.9. Используя матрицу $\mathbf{P}_{j^*}^{\mathbf{A}}$, вычисляем применительно к сетке $\mathrm{C}_{j^*}^*$ оценку $\mathbf{A}_{j^*}^*$ для вектора $\mathbf{A}$ и оценку $s\left(t, \mathbf{A}_{j^*}^*\right) = \left(\mathbf{A}_{j^*}^*\right)^{\mathrm{T}} \mathbf{\Psi}(t)$ для полезного сигнала $s\,(t, \mathbf{A})$.

Алгоритм распознавания для подзадачи 2.

Шаг 2.1. На базе C_0 строим набор сеток $\left\{\mathrm{C}_j, j=\overline{0, J-1}\right\}$.

Шаг 2.2. Для каждой сетки C_j находим матрицы оптимального оценивания $\mathbf{P}_j^{\mathbf{A}}$ и $\mathbf{P}_{\theta j}^{\mathbf{B}}$.

Шаг 2.3. Для каждой сетки C_j находим оценки $\mathbf{A}_j^*$ и $\mathbf{B}_{\theta j}^*$.

Шаг 2.4. Формируем единый вектор $\mathbf{Z}_j^* = \left[\left(\mathbf{A}_j^*\right)^{\mathrm{T}}, \left(\mathbf{B}_{\theta j}^*\right)^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$.

Шаг 2.5. Для каждой пары C_j и C_m формируем скалярную невязку $\Delta_{\mathbf{Z}jm}$.

Шаг 2.6. На основе всех невязок $\Delta_{\mathbf{Z}jm}$ строим вариационный ряд $\Delta_{\mathbf{Z}j}^*$, $j=\overline{1, J^*}$.

Шаг 2.7. На базе вариационного ряда с учетом условия (12) формируем набор конкурирующих сеток C_j^*, $j=\overline{1, J^*}$.

Шаг 2.8. Для конкурирующих сеток вычисляем суммарные невязки $\Delta_{\mathbf{Z}j}^*$, $j=\overline{1, J^*}$.

Шаг 2.9. На базе критерия (14) находим оптимальный номер $j^* \in \in \{1, \ldots, J^*\}$ оптимальной сетки $\mathrm{C}_{j^*}^*$.

Шаг 2.10. Используя матрицы $\mathbf{P}^{\mathbf{A}}_{j^*}$ и $\mathbf{P}^{\mathbf{B}}_{\theta j^*}$, вычисляем применительно к сетке $\mathrm{C}^*_{j^*}$ оценку $\mathbf{A}^*_{j^*}$ для вектора $\mathbf{A}$ и оценку $s\left(t,\mathbf{A}^*_{j^*}\right)=\left(\mathbf{A}^*_{j^*}\right)^{\mathrm{T}}\mathbf{\Psi}(t)$ для полезного сигнала $s(t,\mathbf{A})$, а также оценку $\mathbf{B}^*_{\theta j^*}$ для вектора $\mathbf{B}_\theta$ и оценку $\theta\left(t,\mathbf{B}^*_{\theta j^*}\right)=\left(\mathbf{B}^*_{\theta j^*}\right)^{\mathrm{T}}\mathbf{\Omega}_\theta(t)$ для РП $\theta(t,\mathbf{B}_\theta)$ соответственно.

6. К сравнительному анализу метода

Корреляционные матрицы ошибок оценивания применительно к сетке $\mathrm{C}^*_{j^*}$ находятся по правилу

$$\left\{\begin{aligned}&\mathbf{K}^{\mathbf{A}}_{j^*}=\mathbf{P}^{\mathbf{A}}_{j^*}\mathbf{K}_{\mathbf{\Xi}_{j^*}}\left(\mathbf{P}^{\mathbf{A}}_{j^*}\right)^{\mathrm{T}},\\&\mathbf{K}^{\mathbf{B}}_{\theta j^*}=\mathbf{P}^{\mathbf{B}}_{\theta j^*}\mathbf{K}_{\mathbf{\Xi}_{j^*}}\left(\mathbf{P}^{\mathbf{B}}_{\theta j^*}\right)^{\mathrm{T}}.\end{aligned}\right. \tag{23}$$

Выражение (23) позволяет в каждом конкретном случае оценить потенциальные возможности метода с учетом требований, предъявляемых к системе.

Согласно используемому критерию оптимальности данные матрицы имеют минимальные следы, т.е. $Sp\mathbf{K}^{\mathbf{A}}_{j^*}\to\min$ и $Sp\mathbf{K}^{\mathbf{B}}_{\theta j^*}\to\min$ в классе всех линейных оценок. Методическая ошибка, обусловленная конечностью представлений (4) и (5), может быть учтена следующим образом. Пусть уравнение наблюдений для оптимальной сетки $\mathrm{C}^*_{j^*}$ имеет вид (с учетом компенсации НП)

$$\mathbf{H}_{j^*}=\left(\mathbf{S}_{j^*}+\mathbf{\Delta S}_{j^*}\right)+\left(\mathbf{\Theta}_{j^*}+\mathbf{\Delta\Theta}_{j^*}\right)+\mathbf{\Xi}_{j^*}, \tag{24}$$

где $\mathbf{\Delta S}_{j^*}$ и $\mathbf{\Delta\Theta}_{j^*}$ – добавки к сигналу и РП, обусловленные учетом «хвостов» используемых функциональных рядов.

В этом случае для оценки $\mathbf{A}^*_{j^*}$ вектора $\mathbf{A}$ (вычисленной без учета этих добавок) имеем

$$\mathbf{A}^*_{j^*}=\mathbf{P}^{\mathbf{A}}_{j^*}\left(\mathbf{S}_{j^*}+\mathbf{\Delta S}_{j^*}\right)+\mathbf{P}^{\mathbf{A}}_{j^*}\left(\mathbf{\Theta}_{j^*}+\mathbf{\Delta\Theta}_{j^*}\right)+\mathbf{P}^{\mathbf{A}}_{j^*}\mathbf{\Xi}_{j^*}, \tag{25}$$

где матрица оптимального оценивания $\mathbf{P}^{\mathbf{A}}_{j^*}$ вычислена с учетом конечных представлений (4) и (5) путем отбрасывания указанных «хвостов».

Соответственно для истинного значения $\mathbf{A}$ справедливо представление (полагая $\mathbf{\Xi}_{j^*}=\mathbf{0}$)

$$\mathbf{A}=\left(\mathbf{P}^{\mathbf{A}}_{j^*}+\mathbf{\Delta P}^{\mathbf{A}}_{j^*}\right)\left(\mathbf{S}_{j^*}+\mathbf{\Delta S}_{j^*}\right)+\left(\mathbf{P}^{\mathbf{A}}_{j^*}+\mathbf{\Delta P}^{\mathbf{A}}_{j^*}\right)\left(\mathbf{\Theta}_{j^*}+\mathbf{\Delta\Theta}_{j^*}\right). \tag{26}$$

В качестве среднего значения методической ошибки можно принять величину

$$\overline{\Delta\mathbf{A}_{j^*}}=\mathrm{M}\left\{\mathbf{A}-\mathbf{A}^*_{j^*}\right\}=\mathbf{\Delta P}^{\mathbf{A}}_{j^*}\left(\mathbf{S}_{j^*}+\mathbf{\Delta S}_{j^*}\right)+\mathbf{\Delta P}^{\mathbf{A}}_{j^*}\left(\mathbf{\Theta}_{j^*}+\mathbf{\Delta\Theta}_{j^*}\right), \tag{27}$$

где $\mathrm{M}\{\cdot\}$ – символ математического ожидания с учетом, что $\mathrm{M}\left\{\mathbf{\Xi}_{j^*}\right\}=\mathbf{0}$.

Используя (23)–(27), можно подобрать необходимые параметры развиваемого метода, обеспечивающие минимизацию результирующей ошибки оценивания в каждом конкретном случае. Необходимые и достаточные условия существования и единственности решения задачи оценивания в рамках развиваемого метода требуют невырожденности и соблюдения некоторых ограничений на ранги ряда матриц (по аналогии с [19, 20]). Выполнение заданных условий на практике обеспечивается рациональным выбором используемых функциональных базисов, числа степеней свободы в моделях сигнала и РП, а также заданием соответствующих условий наблюдения. Все эти вопросы относятся к планированию вычислительного эксперимента и далее не рассматриваются, поскольку требуют отдельных исследований в каждом конкретном случае.

В дальнейшем для сравнительного анализа рассмотрим ряд методов: $\mathrm{M}_{(1)}$ (это РМНК), $\mathrm{M}_{(2)}$ (это МОИНО) и $\mathrm{M}_{(3)}$ (это разработанный метод). Каждому возможному варианту НП можно поставить в соответствие одну из гипотез Γ_l, $l = \overline{1, L}$. Очевидно, что $L = J$ и для фиксированного l, по аналогии с (1) и (8), справедливо модельное наблюдение

$$\mathbf{H}_{0l} = \mathbf{S}_0 + \mathbf{\Theta}_0 + \mathbf{D}_{0l} + \mathbf{\Xi}_0.$$

Задача распознавания на базе $\mathrm{M}_{(1)}$ решается с использованием критерия минимума квадратичной формы $\chi(\mathbf{Z}_{dl})$:

$$\begin{gathered}\left(l^*, \mathbf{Z}^*_{dl}\right) = \arg\min_{l, \mathbf{Z}_{dl}} \chi(\mathbf{Z}_{dl}) = \\ = \arg\min_{l, \mathbf{Z}_{dl}} \left[\Delta\left(l, \mathbf{Z}_{dl}\right)\right]^{\mathrm{T}} \left(\mathbf{K}_{\mathbf{\Xi}_0}\right)^{-1} \left[\Delta\left(l, \mathbf{Z}_{dl}\right)\right], \quad i \in \{1, 2, 3\},\end{gathered} \tag{28}$$

где $\Delta\left(l, \mathbf{Z}_{dl}\right) = \mathbf{H}_0 - \mathbf{H}_{0l}$, $\mathbf{H}_{0l} = \mathbf{H}_{0l}\left(l, \mathbf{Z}_{dl}\right)$, $\mathbf{Z}_{dl} = \left[\mathbf{Z}^{\mathrm{T}}, \mathbf{B}^{\mathrm{T}}_{dl}\right]^{\mathrm{T}} = \left[\mathbf{A}^{\mathrm{T}}, \mathbf{B}^{\mathrm{T}}_{\theta}, \mathbf{B}^{\mathrm{T}}_{dl}\right]^{\mathrm{T}}$.

Одним из показателей эффективности $\mathrm{M}_{(i)}$ является размерность обращаемых матриц. Несложно убедиться, что $\mathrm{M}_{(1)}$ требует для фиксированного l обращения матрицы размером $\rho_{(1)l} = M_s + M_\theta + M_{dl}$, где M_{dl} – количество ненулевых координат в векторе $\mathbf{D}_{0l}$. В свою очередь $\mathrm{M}_{(2)}$ предполагает формирование объединенной базисной матрицы РП и НП, что для фиксированного l приводит к обращению двух матриц размером $\rho_{(2)s} = M_s$ и $\rho_{(2)\theta dl} = M_\theta + M_{dl}$ соответственно. Независимо от номера рассматриваемой гипотезы $\mathrm{M}_{(3)}$ требует обращения двух матриц размером $\rho_{(3)s} = \rho_{(2)s} = M_s$ и $\rho_{(3)\theta} = M_\theta$. С учетом этого для выбора номера наиболее предпочтительного метода можно воспользоваться критерием:

$$i^* = \arg\min_i \rho_{(i)},$$

где i, $i^* \in \{1, 2, 3\}$, $\rho_{(1)} = \max_l \{M_s + M_\theta + M_{dl}\}$, $\rho_{(2)} = \max_l \{M_s, M_\theta + M_{dl}\}$, $\rho_{(3)} = \max_l \{M_s, M_\theta\}$.

Видим, что во всех случаях $\rho_{(3)} \leqslant \rho_{(1)}$ и $\rho_{(3)} \leqslant \rho_{(2)}$, а при отсутствии НП (но наличии РП) имеем $\rho_{(3)} < \rho_{(1)}$ и $\rho_{(3)} = \rho_{(2)}$. Когда РП и НП отсутствуют, то $\rho_{(1)} = \rho_{(2)} = \rho_{(3)}$.

Анализ показывает, что при высокой размерности РП и НП, выполнении условия $M_\theta + M_{dl} > M_s$, а также плохой обусловленности обращаемых матриц $\mathrm{M}_{(3)}$ в плане вычислительной устойчивости гораздо предпочтительнее $\mathrm{M}_{(1)}$ и $\mathrm{M}_{(2)}$ (в этом случае всегда $\rho_{(3)} < \rho_{(1)}$ и $\rho_{(3)} < \rho_{(2)}$). Для данных условий наряду с $\rho_{(1)}$, $\rho_{(2)}$ и $\rho_{(3)}$ необходимо использовать числа обусловленности $\mu_{(1)}$, $\mu_{(2)}$ и $\mu_{(3)}$, являющиеся характеристиками устойчивости сравниваемых методов.

Для сравнительной оценки вычислительной сложности сравниваемых методов будем использовать следующие характеристики: $V_{(i)}^{\Sigma}$ – суммарное количество узлов исходной сетки C_0, используемое для проверки всех гипотез, $Q_{(i)}^{\Sigma}$ и $T_{(i)}^{\Sigma}$ – соответственно суммарное количество операций (сложения и умножения) и время, необходимые для реализации $\mathrm{M}_{(i)}$. Для сравнительной оценки точности используются характеристики: $\Delta s_{(i)}$ и $\Delta\theta_{(i)}$ – результирующие ошибки оценивания сигнала и РП соответственно. При этом $\Delta s_{(i)} = \max\limits_t \left| s(t, \mathbf{A}) - s\left(t, \mathbf{A}_{(i)}^*\right) \right|$ и $\Delta\theta_{(i)} = \max\limits_t \left| \theta(t, B_\theta) - \theta\left(t, B_{\theta(i)}^*\right) \right|$.

Опуская промежуточные выкладки, приводим окончательные результаты:

$$V_{(1)}^{\Sigma} = V_{(2)}^{\Sigma} = LN_0, \quad V_{(3)}^{\Sigma} = \sum_{m=0}^{N_0 - N_{\min}} C_{N_0}^{N_{\min}+m} \left(N_0 - m\right)$$

– для характеристики $V_{(i)}^{\Sigma}$,

$$Q_{(1)}^{\Sigma} = \sum_{m=0}^{N_0 - N_{\min}} \left\{ C_{N_0}^{N_{\min}+m} \Big[2N_0^3 + 6N_0^2\gamma_m + N_0\left(4\gamma_m^2 - 3\gamma_m\right) + 2\gamma_m^3 - \gamma_m^2 \Big] \right\},$$

$$\gamma_m = M_s + M_\theta + m,$$

$$Q_{(2)}^{\Sigma} = \sum_{m=0}^{N_0 - N_{\min}} \left\{ C_{N_0}^{N_{\min}+m} \Big[2\big(N_0^3 + N_0^2\varphi_m\big) + N_0\left(4\beta_m - \varphi_m\right) + 2(\alpha_m - \varphi_m) \Big] \right\},$$

$$\beta_m = \eta_m^2 + M_s^2, \quad \alpha_m = \eta_m^3 + M_s^3, \quad \varphi_m = 2\eta_m + 3M_s, \quad \eta_m = M_\theta + m,$$

$$Q_{(3)}^{\Sigma} = \sum_{m=0}^{N_0 - N_{\min}} \Big\{ C_{N_0}^{N_{\min}+m} \Big[2\left(N_0 - m\right)^3 + 2\left(N_0 - m\right)^2 \varphi_0 + \\ + \left(N_0 - m\right)\left(4\beta_0 - \varphi_0\right) + 2\alpha_0 - \beta_0 \Big] \Big\},$$

$$\alpha_0 = \left(M_\theta + M_d\right)^3 + M_s^3, \quad \beta_0 = M_\theta^2 + M_s^2, \quad \varphi_0 = 2M_\theta + 3M_s, \quad \eta_0 = M_\theta$$

– для характеристики $Q_{(i)}^{\Sigma}$.

Анализ данных выражений показывает, что за счет обработки данных на редуцированных сетках меньшего объема (по сравнению с исходной сеткой C_0) можно добиться существенного вычислительного выигрыша $M_{(3)}$ по сравнению с $M_{(1)}$ и $M_{(2)}$. Этот выигрыш также возрастает с увеличением размерности НП.

Расчет характеристик $T_{(i)}^{\Sigma}$ и $\Delta\theta_{(i)}^{\Sigma}$ зависит как от исходных данных задачи, так и от возможностей используемой вычислительной среды.

Для проверки семейства гипотез можно организовать L каналов параллельной обработки данных для выполнения большого объема векторно-матричных вычислений. Однако следует помнить, что возможна существенная оптимизация таких вычислений, поскольку все используемые в различных каналах векторы и матрицы получены соответствующей редукцией векторов и матриц, относящихся к базовой сетке C_0, т.е. большинство операций в различных каналах повторяется.

Предложенный метод несложно распространить и на другие задачи (например, обнаружения и различения), связанные с распознаванием сигналов (в том числе и с нелинейными параметрами [20]) и решаемые в рамках теории гипотез. В этом случае количество каналов параллельной обработки данных может существенно возрасти, поскольку теперь построение редуцированных сеток надо проводить непосредственно для каждой гипотезы и для каждого узла области определения нелинейного параметра. В этом случае наиболее эффективными для борьбы с НП являются методы полного (20) и частичного (21) покрытия, например, пошагового (22).

7. Иллюстративный пример

Применим развитый метод к решению задачи однопозиционной пассивной дальнометрии для излучающей цели с частично известными параметрами движения только по энергетическим измерениям (пассивно-энергетический способ [25, 26]). Пусть цель движется в направлении на дальномер, при этом наклонная дальность изменяется по закону $R(t) = R_0 + R_0^{(1)}t + 2^{-1}R_0^{(2)}t^2$, где R_0, $R_0^{(1)}$ и $R_0^{(2)}$ – соответственно начальная дальность, радиальная скорость и радиальное ускорение для момента времени $t = 0$. В качестве измеряемого сигнала (энергетического параметра) примем $s(t) = 1 - q_0^{-1}(t)$, где $q_0(t) = \left[p_0^{-1}p(t)\right]^{1/2}$, $p(t)$ – мощность электромагнитной волны на входе дальномера, $p_0 = p(0)$.

Воспользуемся известным уравнением пассивной локации для стационарного канала:

$$p = \zeta_0 R^{-2},$$

где $p = p(t)$, $R = R(t)$, $\zeta_0 = \mathrm{const}$ – обобщенный коэффициент, связывающий мощность и дальность.

Такая упрощенная модель встречается на практике при выполнении ряда ограничений на условия наблюдений за излучающей целью [25, 26]. В рассматриваемом здесь случае она позволит более наглядно продемонстрировать эффективность разработанного метода, не прибегая к сложным алгоритмам дальнометрии для нестационарного случая.

Воспользуемся следующей формулой для искомой дальности:

$$R(t) = s^{-1}(t)D_0(t)[1 - s(t)], \quad t > 0, \tag{29}$$

где $D_0(t) = \left(R_0^{(1)}t + 2^{-1}R_0^{(2)}t^2\right)$ – расстояние, пройденное целью за время t.

Формула (29) является основой для расчета дальности на основе оценок параметра $s(t) = 1 - q_0^{-1}(t)$. Несложно заметить, что $s(t)$ можно представить в виде

$$s(t) = -\left(R_0^{-1}R_0^{(1)}t + 2^{-1}R_0^{-1}R_0^{(2)}t^2\right), \quad t > 0,$$

следовательно, с учетом (4) имеем $s(t) = s(t, a_1, a_2) = a_1\psi_1(t) + a_2\psi_2(t)$, т.е. $M_s = 2$, $a_1 = -R_0^{-1}R_0^{(1)}$, $a_2 = -2^{-1}R_0^{-1}R_0^{(2)}$, $\psi_1(t) = t$ и $\psi_2(t) = t^2$. Таким образом, после оценивания коэффициентов a_1 и a_2 (по измерениям энергетического параметра $s(t, a_1, a_2)$) можно найти искомую дальность по формуле (29). Далее для оценивания будем использовать $\mathrm{M}_{(3)}$, а для сравнительного анализа также $\mathrm{M}_{(1)}$ и $\mathrm{M}_{(2)}$. В дальнейшем все временные параметры измеряются в секундах, расстояния – в метрах, радиальная скорость – в метр/секунда, радиальное ускорение – в метр/секунда^2, коэффициент «засорения» выборки – в процентах, энергетический параметр – безразмерная величина.

Для эксперимента примем $R_0 = 3 \times 10^4$, $R_0^{(1)} = 2 \times 10^3$, $R_0^{(2)} = 2 \times 10^2$, $T = 10$, $N_0 = 10$, $t_n - t_{n-1} = \Delta t = 1$, $t_1 = 1$, $t_{10} = 10$, $M_d = K_{\max} = 2$, $N_{\min} = 6$, $k_d = 20$, $M_\theta = 0$ (т.е. влияние РП не учитывалось). Шумы измерений моделировались с использованием датчика случайных чисел согласно нормальному закону распределения с диагональной матрицей $\mathbf{K}_{\mathbf{\Xi}_0}$ с ненулевым элементом $\sigma_0^2 = 10^{-10}$. Для случаев, когда $N \geqslant N_{\min}$, и при отсутствии НП усредненная (по ансамблю из 500 реализаций наблюдения) среднеквадратическая ошибка оценивания дальности любым методом должна удовлетворять условию $\overline{\Delta R} \leqslant 5 \times 10^2$.

Вычисления выполнялись в среде MATLAB (версия R20119b) на компьютере с 4-ядерным процессором, тактовой частотой 2,6 ГГц и ОЗУ 8 Гб DDR3.

В табл. 1 представлены точные значения энергетического параметра для сетки C_0.

Таблица 1

t_n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s_n	0,067	0,147	0,230	0,320	0,417	0,520	0,630	0,747	0,870	1

Для принятых исходных данных были вычислены промежуточные значения: $L = J = 386$, $\gamma_m = 2 + m$, $\beta_m = m^2 + 4$, $\alpha_m = m^3 + 8$, $\varphi_m = 2m + 6$, $\eta_m = m$, $0 \leqslant m \leqslant 4$.

Окончательные результаты вычислительного эксперимента (с учетом округлений) сведены в табл. 2.

Таблица 2

Характеристики / $M_{(i)}$	$\rho_{(i)}$	$\mu_{(i)}$	$V_{(i)}^{\Sigma}$	$Q_{(i)}^{\Sigma}$	$T_{(i)}^{\Sigma}$	$\overline{\Delta R_{(i)}}$
$M_{(1)}$	6	544	$3{,}9 \times 10^3$	$2{,}5 \times 10^6$	$1{,}3 \times 10^{-3}$	$1{,}3 \times 10^3$
$M_{(2)}$	4	148	$3{,}9 \times 10^3$	$1{,}9 \times 10^6$	$9{,}9 \times 10^{-4}$	$9{,}3 \times 10^2$
$M_{(3)}$	2	103	$2{,}6 \times 10^3$	$4{,}7 \times 10^5$	$2{,}4 \times 10^{-4}$	$8{,}2 \times 10^2$

Данные этой таблицы наглядно показывают, что РМНК и МОИНО по всем характеристикам проигрывают разработанному методу даже при невысокой размерности обращаемых матриц. Используя [26], можно рассмотреть нестационарный случай (когда $\zeta_0 \neq \text{const}$) с учетом не только НП, но и РП. В таких условиях расширяется вектор оцениваемых параметров, что требует наращивания объема исходной сетки C_0. Достигаемый эффект при этом существенно возрастает с увеличением размерности задачи и указанного объема.

Рассмотренный в данном примере способ дальнометрии в совокупности с предложенным алгоритмом оценивания энергетического параметра (на базе разработанного метода) может использоваться как самостоятельно, так и в комплексе с другими известными способами пассивной локации. Первый случай может быть актуален, когда в дальномере единственным источником достоверной информации является энергетический канал (например, либо при однопозиционном энергетическом варианте построения дальномера, либо при «деградации» структуры двух- или многопозиционной системы: выход из строя отдельных позиций, нарушение нормальной работы угломерных каналов, линий связи и т.д.). Способность автономного решения задачи дальнометрии с учетом не только регулярных, но и нерегулярных помех может найти широкое применение в различных областях применительно к пассивным системам локации.

Второй случай позволяет рассматривать пассивно-энергетический метод как альтернативный при построении комплексного алгоритма функционирования интеллектуальной системы, способной надежно функционировать в самых различных, и даже неблагоприятных, условиях. Основу такого алгоритма помимо предлагаемого метода могут составить угломерно-энергетический, и широко применяющиеся на практике пассивные методы: разностно-дальномерный, триангуляционный и другие, а также их различные модификации.

Поскольку энергетические измерения традиционно не относятся к классу надежных измерений, то предлагаемый метод распознавания сигналов в условиях РП и НП может позволить повысить эффективность функционирования энергетических каналов, обеспечивающих требуемую точность амплитудных и мощностных измерений.

8. Заключение

Развитый метод распознавания сигналов, реализующий принципы непрерывности, инвариантности, размножения и ранжирования с использованием семейства редуцированных сеток, может эффективно сочетаться с алгоритмами ортогональных разложений и решения некорректных задач [27–29]. Возможность декомпозиции вычислительных процедур, снижения размерности обращаемых матриц и уменьшения объема вычислений позволяет более эффективно решать целый круг прикладных задач, связанных с обработкой измерений в различных областях. Полученные алгоритмы распознавания сигналов в условиях РП и НП несложно реализовать в специализированных многоканальных ЭВМ, ориентированных на системы, предназначенные для функционирования в реальном времени.

Приведены компактные аналитические выражения, позволяющие заранее, под конкретную прикладную задачу, подобрать необходимые модели сигналов и помех, а также количественные значения их параметров, при которых разработанный метод обеспечит достижение своих потенциальных возможностей. Все вычислительные процедуры в каждом канале сводятся к простейшим математическим операциям над векторами и матрицами, допускается возможность комбинирования данного метода с традиционными подходами к решению прикладных задач, связанных с оптимальной и квазиоптимальной обработкой измерений.

Достижения в области параллельных вычислений позволяют надеяться, что любые задачи, связанные с распознаванием сигналов, в скором времени могут быть решены с использованием предлагаемого метода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Репин В.Г., Тартаковский Г.П.* Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. М.: Сов. радио, 1977.
2. *Сосулин Ю.Г., Костров В.В., Паршин Ю.Н.* Оценочно-корреляционная обработка сигналов и компенсация помех. М.: Радиотехника, 2014.
3. *Сергиенко А.Б.* Цифровая обработка сигналов. СПб.: БХВ-Петербург, 2011.
4. *Богданович В.А., Вострецов А.Г.* Теория устойчивого обнаружения, различения и оценивания сигналов. М.: Физматлит, 2004.
5. *Жданюк Б.Ф.* Основы статистической обработки траекторных измерений. М.: Сов. радио, 1978.
6. *Ярлыков М.С.* Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1980.
7. *Фомин А.Ф., Новоселов О.Н., Плющев А.В.* Отбраковка аномальных результатов измерений. М.: Энергоатомиздат, 1985.
8. *Гаджиев Ч.М.* Подход к отбраковке аномальных измерений, робастный к систематическим погрешностям // Автометрия 2003. Т. 39. № 4. С. 39–46.
9. Методы цифровой обработки сигналов для решения прикладных задач / Под ред. В.И. Марчука. М.: Радиотехника, 2012.

10. *Булычев Ю.Г., Васильев В.В., Джуган Р.В. и др.* Информационно-измерительное обеспечение натурных испытаний сложных технических комплексов. М.: Машиностроение – Полет, 2016.
11. *Денисов В.П., Дубинин Д.В., Мещеряков А.А.* Исключение аномально больших ошибок пеленгования в процессе устранения неоднозначности измерений в фазовых пеленгаторах, реализующих метод максимального правдоподобия // Радиотехника и электроника. 2016. Т. 61. № 10. С. 957–963.
12. *Шэнь К., Шахтарин Б.И., Неусыпин Б.И., Нгуен Д.* Алгоритмические методы коррекции навигационной информации с использованием спутниковой радионавигационной системы в условиях аномальных измерений // Радиотехника и электроника. 2019. Т. 64. № 1. С. 31–37.
13. *Иванов А.В., Шишкин В.Ю., Бойков Д.В. и др.* Адаптивные алгоритмы обработки информации в навигационных комплексах подвижных наземных объектов // Радиотехника и электроника. 2021. Т. 66. № 8. С. 760–771.
14. *Калянов А.А., Лукин О.В., Цыганова Ю.В.* Об алгоритме адаптивной фильтрации параметров движения объекта // Автоматизация процессов управления. 2023. № 1 (71). С. 75–87.
15. *Gu T., Tu Y., Tang D., Luo T.* A Robust Moving Total Least-Squares Fitting Method for Measurement Data // IEEE Transact. Instrument. Measurement. 2020. V. 69. No. 10. P. 7566–7573.
16. *Gu T., Luo Z., Guo T., Luo T.* A New Reconstruction Method for Measurement Data with Multiple Outliers // IEEE Transact. Instrument. Measurement. 2022. V. 71. P. 1–9.
17. *Ji C., Song C., Li S., et. al.* An Online Combined Compensation Method of Geomagnetic Measurement Error // IEEE Sensor. J. 2022. V. 22. No. 14. P. 14026–14037.
18. *Gao G., Gao B., Gao S., et. al.* Hypothesis Test-Constrained Robust Kalman Filter for INS/GNSS Integration with Abnormal Measurement // IEEE Transact. Vehicular Tech. 2023. V. 72. No. 2. P. 1662–1673.
19. *Булычев Ю.Г., Елисеев А.В.* Вычислительная схема инвариантно-несмещенного оценивания значений линейных операторов заданного класса // Журн. вычисл. матем. и мат. физ. 2008. Т. 48. № 4. С. 580–592.
20. *Булычев Ю.Г.* Распознавание сигналов без расширения пространства состояний по результатам наблюдений, содержащих сингулярную помеху, с учетом нелинейности // АиТ. 2024. № 2. С. 81–102.
21. *Ежова Н.А., Соколинский Л.Б.* Обзор моделей параллельных вычислений // Вестник ЮУрГУ. Серия «Вычислительная математика и информатика». 2019. Т. 8. № 3. С. 58–91.
22. *Иванов А.И., Шпилевая С.Г.* О квантовых параллельных вычислениях // Вестник Балт. ун-та им. Канта. Серия «Физико-математические и технические науки». 2021. № 2. С. 95–99.
23. *Sutti C.* Lokal and global optimization by parallel algorithms for MIMD systems // Ann. Oper. Res. 1984. V. 1. P. 151–164.
24. *Price W.L.* Global optimization algorithms for a CAD workstation // J. Optim. Theory Appl. 1987. V. 55. P. 133–146.
25. *Мельников Ю.П., Попов С.В.* Радиотехническая разведка. Методы оценки эффективности местоопределения источников излучения. М.: Радитехника, 2008.

26. *Булычев Ю.Г., Ивакина С.С., Мозоль А.А., Насенков И.Г.* Анализ модификации энергетического метода пассивной дальнометрии // Автометрия. 2016. Т. 52. № 1. С. 37–44.
27. *Лоусон Ч., Хенсон Р.* Численное решение задач метода наименьших квадратов. М.: Наука, 1986.
28. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986.
29. *Бакушинский А.Б., Гончарский А.В.* Некорректные задачи. Численные методы и приложения. М.: Изд-во МГУ, 1989.

Статья представлена к публикации членом редколлегии О.Н. Граничиным.

Поступила в редакцию 27.06.2024

После доработки 13.02.2025

Принята к публикации 17.02.2025